



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Омский государственный педагогический университет»  
(ФГБОУ ВО «ОмГПУ»)



«Утверждаю»  
Проректор по УР  
В. Шербаков /  
(подпись)  
2016 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Математика для любознательных»**

Составитель (и):  
к.п.н., доцент, доцент кафедры ТиМОМ Жигачева Н.А. / Жу  
(уч. степ., уч. звание, должность) (Ф.И.О) (подпись)

Согласовано:  
В. А. / Далматер В. А.  
(Ф.И.О.) (подпись)

## 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1. Цель реализации программы: расширение, углубление и обобщение знаний студентов по элементарной математике; формирование у студентов научного мировоззрения; развитие интереса к предмету и любознательности при творческом подходе к решению задач; совершенствование математической культуры.

1.2. Планируемые результаты обучения:

- расширение, углубление и обобщение знаний студентов по элементарной математике;
- формирование научной картины мира;
- повышение уровня математической культуры.

Освоение программы направлено на формирование у студентов следующих компетенций:

- владением культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (**ОК-1**),
- способностью логически верно выстраивать устную и письменную речь (**ОК-6**),
- владением основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аналитическим методом (**СКМ-1**),
- владением культурой математического мышления, способностью пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументированно обосновывать имеющиеся знания (**СКМ-3**).

1.3. Категория слушателей (требования к уровню подготовки поступающего на обучение).

Студенты 1 курсов, которые обладают базовыми знаниями по школьным разделам математики.

1.4. Трудоемкость обучения – 72 часа.

1.5. Форма обучения – очно-заочная.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебный план программы повышения квалификации

Наименование разделов	Общая трудоемкость, ч.	Всего ауд., ч.	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа студентов, ч.
			Лекции	Лабораторные работы	Семинарские занятия	
Элементы теории чисел	4	2	1	0	1	2
Элементы логики. Элементы теории множеств	4	2	1	0	1	2
Метод математической индукции	4	2	1	0	1	2
Комплексные числа	4	2	1	0	1	2
Элементы комбинаторики	4	2	1	0	1	2
Выражения и преобразования	4	2	1	0	1	2
Уравнения и системы	6	3	2	0	2	3

уравнений						
Неравенства	6	3	1	0	1	3
Функции	6	3	1	0	2	3
Элементы теории пределов	6	3	1	0	2	3
Производная и ее применение	6	3	1	0	2	3
Интеграл и его приложение	6	3	1	0	2	3
Планиметрия	6	3	1	0	1	3
Стереометрия	6	3	2	0	2	3
<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>36</b>	<b>16</b>	<b>0</b>	<b>20</b>	<b>36</b>

## 2.2. Основное содержание (по разделам)

### **Тема 1. Элементы теории чисел**

Делимость целых чисел. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Деление целых чисел с остатком. Признаки делимости и равноостаточности. Вычисление наибольшего общего делителя двух чисел. Решение уравнений в целых числах (Линейное уравнение с одним неизвестным  $ax=b$ . Линейное диофантово уравнение с двумя неизвестными  $ax+by=c$ . Примеры решения нелинейных уравнений.). Сравнения.

### **Тема 2. Элементы логики. Элементы теории множеств**

Множество. Подмножество. Равенство множеств. Числовые множества и множества точек. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Конечные множества. Эквивалентные множества. Счетные и несчетные множества.

### **Тема 3. Метод математической индукции**

Принцип математической индукции. Доказательство тождеств и неравенств. Задачи на делимость.

### **Тема 4. Комплексные числа**

Обзор развития понятия числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.

### **Тема 5. Элементы комбинаторики**

Основные формулы комбинаторики. Простейшие комбинаторные задачи. Размещения, сочетания, перестановки. Бином Ньютона.

### **Тема 6. Выражения и преобразования**

Корень степени  $n$ . Степень с рациональным показателем. Логарифм. Тригонометрия. Владение понятию степени с рациональным показателем, умение выполнять тождественные преобразования и находить значение степеней. Умение выполнять тождественные преобразования логарифмических и тригонометрических выражений. Умение выполнять тождественные преобразования степенных выражений и находить их значения.

### **Тема 7. Уравнения и системы уравнений**

Иррациональные уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Тригонометрические уравнения. Комбинированные уравнения. Системы уравнений.

Умение применять общие приёмы решения иррациональных уравнений. Умение решать простейшие показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения. Умение использовать несколько приёмов при решении комбинированных уравнений

(показательно-иррациональных). Умение применять нестандартные приемы решения уравнений.

### **Тема 8. Неравенства**

Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Комбинированные неравенства.

Умение применять способ интервалов при решении рациональных неравенств. Умение решать простейшие показательные, логарифмические и тригонометрические неравенства. Умение использовать несколько приёмов при решении комбинированных неравенств. Умение использовать график функции при решении неравенств (графический метод решения неравенств).

Умение решать неравенства, содержащую переменную под знаком модуля.

### **Тема 9. Функции**

Область определения и область значений функции. Взаимное расположение графиков функций. Свойства функций: монотонность, чётность, нечётность. Свойства функций, связанные с графиками.

Умение читать свойства функции по графику (возрастание (убывание) на промежутке, множество значений, чётность (нечётность)). Умение находить множество значений и область определения функции и исследовать функцию с помощью производной (по графику производной). Умение находить наибольшее и наименьшее значения сложной функции. Умение находить значения функции и использовать чётность и нечётность функции.

### **Тема 10. Элементы теории пределов**

Предел последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах. Вычисление пределов. Понятие о непрерывных функциях.

### **Тема 11. Производная и ее применение**

Производные высших порядков. Исследование функций с помощью производной первого и второго порядка. Доказательство тождеств и неравенств с помощью производной. Вычисление пределов с помощью производной.

### **Тема 12. Интеграл и его приложение**

Понятие неопределенного интеграла. Методы вычисления интегралов: сведение к табличному, замена переменной, по частям. Понятие о дифференциальных уравнениях. Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла.

5	2	3	-	5	1	1	-
---	---	---	---	---	---	---	---

### **Тема 13. Планиметрия**

Треугольники. Параллелограмм. Трапеция. Трапеция и окружность. Правильные многоугольники.

Умение решать планиметрические задачи.

### **Тема 14. Стереометрия**

Параллелепипед. Прямая треугольная призма. Прямая четырёхугольная призма. Цилиндр. Конус. Прямоугольный параллелепипед. Треугольная пирамида. Четырёхугольная пирамида.

Умение решать стереометрические задачи.

Перечень семинарских занятий

1. Элементы теории чисел
2. Элементы логики. Элементы теории множеств
3. Метод математической индукции
4. Комплексные числа
5. Элементы комбинаторики
6. Выражения и преобразования
7. Уравнения и системы уравнений

8. Неравенства
9. Функции
10. Элементы теории пределов
11. Производная и ее применение
12. Интеграл и его приложение
13. Планиметрия
14. Стереометрия

### 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

#### 3.1. Методическое обеспечение программы

Методическое обеспечение программы включает в себя следующие формы проведения занятий: теоретические вопросы рассматриваются в ходе объяснения с элементами интерактивных технологий. Каждое занятие предполагает практикум решения текстовых задач, уравнений и неравенств, задач на построение графиков (коллективное и индивидуальное решение). Для проведения занятий необходимо использование мультимедийного оборудования.

#### 3.2. Список литературы:

1. Балаян Э.Н. Практикум по решению задач. Тригонометрические уравнения, неравенства и системы. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2006.
2. Брэгдон А., Феллоуз Л. Игры для ума. Упражнения для развития математических, визуальных и логических способностей. - М.: ЭКСМО, 2005.
3. Быльцов С.Ф. Занимательная математика для всех. - С-Пб: Питер, 2005.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике – М.: Высшая школа, 2005.
5. Голубев В.И. Решение сложных и нестандартных задач по математике. - М.: Илекса, 2007.
6. Мордовина Е.Е. Уравнения и неравенства с параметром. Учебное пособие. – Тамбов, 2002.
7. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. - М.: Дрофа, 2005.
8. Перельман Я.И. Занимательная алгебра. Занимательная геометрия. – М.: Астрель, 2003.
9. Севрюков П.Ф., Смоляков А.Н. Уравнения и неравенства с модулями и методы их решения. - М.: Ставрополь, 2005.
10. Сканави М.И. Полный сборник задач для поступающих в ВУЗы. Группа повышенной сложности / Под ред. М.И. Сканави. – М.: ООО «Мир и образование», 2006.
11. Фальке Л.Я. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе: Учебно-методические материалы по математике. Под ред. Л.Я Фальке. – М.: Илекса, 2002.
12. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. - М.: Просвещение, 2009.

### 4. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

#### (форма аттестации, оценочные и методические материалы)

##### 4.1. Оценочные материалы

##### Вариант 1

1. Упростите выражение:  $\frac{2a+2b}{b} * \left( \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right)$

2. Упростите выражение:  $2\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{3}$

3. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение:  $\frac{a^5 a^{-8}}{a^{-2}}$  при  $a=6$

4. Решите уравнение:  $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$
5. Решите уравнение:  $2\log_3 2 - \log_3(x-1) = 1 + \log_3 5$
6. Решите неравенство:  $\frac{x-4x^2}{x-1} > 0$
7. Решите неравенство:  $\log_{0,5}(2-x) > -1$
8. Решите неравенство:  $8^{2x+1} > 0,125$
9. Докажите тождество:  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \propto \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$
10. Найдите производную функции:  $f(x) = e^x(x^2 + 1)$
11. Найдите все первообразные функции  $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$
12. Найдите скалярное произведение векторов:  $\vec{a} (2; 3; -4); \vec{b} (1; -2; 1)$
13. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета
14. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3x^3 + 2x - 5$  в его точке с абсциссой  $x = 2$
15. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и графиком функции  $f(x) = 2x - x^2$

### Вариант 2

1. Упростите выражение:  $\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n}\right) : \frac{2}{3m-3n}$
2. Упростите выражение:  $2\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{3}$
3. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение:  $\frac{c^7 c^{-5}}{c^6}$  при  $c = 4$
4. Решите уравнение:  $3^{x+2} - 5 * 3^x = 36$
5. Решите уравнение:  $\log_3(2x+1) = \log_3 13 + 1$
6. Решите неравенство:  $\frac{x^2 - 4}{2x + 1} < 0$
7. Решите неравенство:  $\log_4(7-x) < 3$
8. Решите неравенство:  $100^{2x+1} < 0,1$
9. Докажите тождество:  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha \propto \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$
10. Найдите производную функции:  $f(x) = 2x^2 + \operatorname{tg} x$
11. Найдите все первообразные функции  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$
12. Найдите угол между векторами:  $\vec{a} (-1; 2; -2); \vec{b} (6; 3; -6)$
13. Найдите площадь боковой поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и противолежащим углом  $30^\circ$  вокруг большего катета
14. Дана функция  $f(x) = 3 - 3x - 2x^2$ . Найдите координаты точки графика этой функции, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен 5
15. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  и прямой  $x = 2$

### 4.2. Методические материалы

#### Тема «Степени»

1. Упростите:  $\frac{p^{0,2} \cdot p^{0,3}}{(p^{-0,7})^5}$ .
2. Выполните действия:  $7^{\frac{15}{7}} - (3 \cdot 7^{\frac{5}{7}})^3$
3. Упростите выражение:  $t^{-1,3} \cdot 2,5t^{3,7}$ .
4. Вычислите:  $-0,25^{-6} \cdot 0,25^4 + 343^{\frac{1}{3}} - (-2,623)^0$ .
5. Упростите выражение:  $(b^{\frac{3}{7}} \cdot a^{\frac{5}{6}}) : (b^{-\frac{11}{7}} \cdot a^{\frac{1}{6}})$ .

**Тема «Корни n-ой степени»**

1. Вычислите:  $\frac{4\sqrt[3]{625}}{0,25 \cdot \sqrt[3]{5}}$ .
2. Внесите множитель под знак корня:  $m^5 \cdot \sqrt[3]{4}$ .
3. Сократите дробь:  $\frac{\sqrt[7]{x^{10}} - 12\sqrt[7]{x^5}}{144 - \sqrt[7]{x^{10}}}$ .
4. Вычислите:  $\sqrt[4]{0,27 \cdot 0,03} - \sqrt{196}$ .
5. Упростите выражение:  $\frac{(9m)^{\frac{3}{2}} \cdot m^{-\frac{4}{3}}}{\sqrt[6]{m^5}}$ .

**Тема «Область определения функции и множество значений функции»**

1. Найдите множество значений функции:  $y = -3\sin 0,25x$ .
2. Найдите наибольшее целое число, **не** входящее в множество значений функции  $y = 7 + 5^{1-2x}$ .
3. Найдите область определения функции:  $y = \frac{5x}{2 - \sqrt[8]{x-2}}$ .
4. Найдите область определения функции:  $y = \sqrt[10]{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^{3-2x}}$ .
5. Найдите область определения функции:  $y = \log_5(3x - 2x^2)$ .

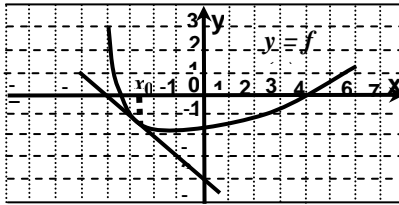
**Тема «Производная и её применение»**

1. Найдите производную функции:  $y = -\frac{3}{4}x^8 + 7x^6 - 8x + 11$ .
2. Найдите производную функции:  $y = (5 - 3x)^7$ .
3. Материальная точка движется по закону  $s(t) = \frac{9}{2}t^2 - 7t + 6$  (м).

В какой момент времени скорость точки будет равна 12,8 м/с?

4. Найти угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции  $y = \frac{5}{6}x^3 - 3x^2 + x - 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .

5. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**Тема «Решение уравнений»**

1.  $-2\cos\frac{x}{2}=1.$
2.  $5\sin x - \sin 2x = 0$
3.  $7^x \cdot x - 49 \cdot 7^x = 0$
4.  $\sqrt{25x^2 - 36} = -4x$
5.  $6^{\log_6(2x-3)} = 14$

**Тема «Решение неравенств»**

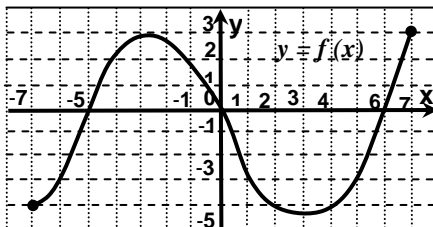
1.  $\frac{(4-5x)(4+2x)}{7x} \leq 0.$
2.  $6^{x+2} - 25 \cdot 6^x \geq \frac{11}{6}$
3.  $\log_3(3x-2) \leq 2$
4.  $\log_{\frac{5}{11}}(3x-2) \geq \log_{\frac{5}{11}}(5x-10)$
5.  $10^{-5x+2} \geq \sqrt{10}$

**Тема «Тригонометрия»**

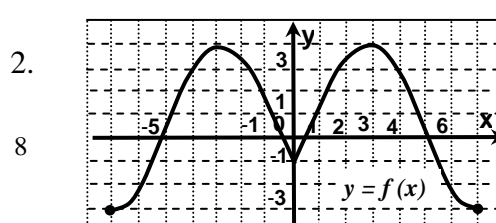
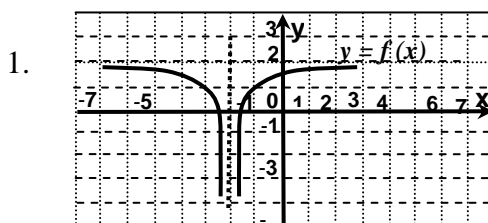
1. Найдите значение  $\operatorname{ctg}\alpha$ , если  $\cos\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$  и  $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$ .
2. Найдите значение  $2 - 6\sin^2\alpha$ , если  $\cos^2\alpha = 0,15$ .
3. Упростите выражение:  $\frac{\sin^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin 2\alpha}$ .
4. Найдите значение выражения:  $4\sin(\frac{5\pi}{2} + \alpha) + 7\cos(\pi - \alpha)$ , если  $\cos\alpha = -0,23$ .
5. Вычислите:  $7\sin\frac{5\pi}{2} - \frac{5}{\sqrt{3}}\sin\frac{7\pi}{3}$ .

**Тема «Чтение графиков»**

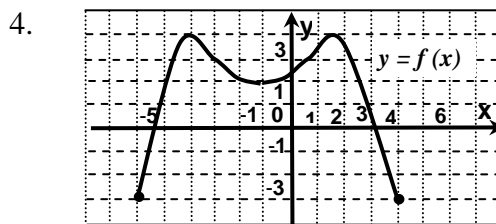
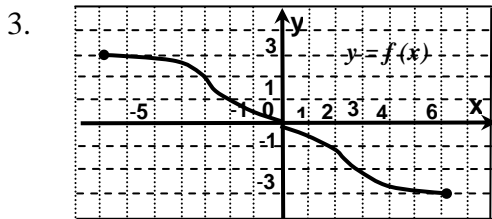
1. График функции  $y = f(x)$  изображен на рисунке. Решите неравенство  $f(x) < -3$ .



2. Укажите график функции, убывающей на отрезке  $[-4; 4]$ .

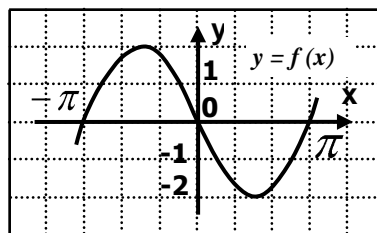




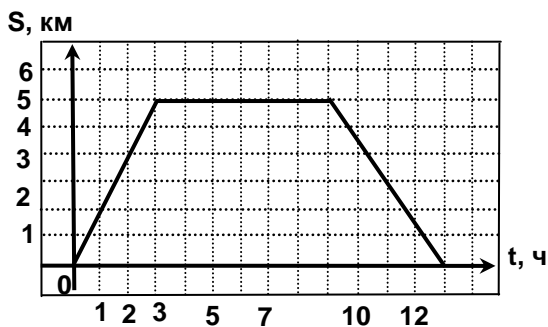


3. Укажите функцию  $y = f(x)$ , график которой изображен на рисунке.

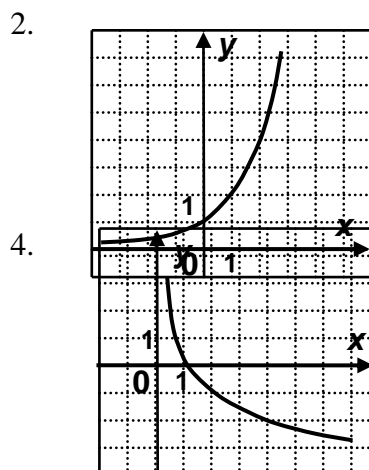
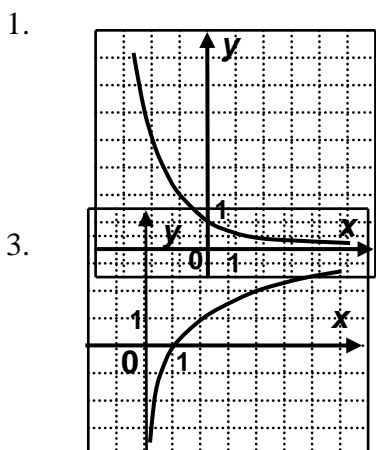
1.  $f(x) = -2\sin x$
2.  $f(x) = -2\cos x$
3.  $f(x) = 2\sin x$
4.  $f(x) = \sin x + 2$



4. Рыбак отправился на озеро, где провел некоторое время, после чего он вернулся домой. На рисунке изображен график его движения (по горизонтальной оси откладывается время  $t$  в часах, по вертикальной – расстояние  $s$  от дома в километрах). Используя график, ответьте на вопрос. Сколько времени рыбак провел на озере?



5. На каком из рисунков изображен график функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ?



### **Тема «Логарифмы»**

1. Вычислите значение выражения:  $\log_7 10 + \log_7 \frac{1}{490}$ .
2. Вычислите значение выражения:  $\log_5 100 - 2\log_5 2$ .
3. Вычислите значение выражения:  $7^{\log_7 6} \cdot \log_{13} \frac{1}{169}$ .
4. Вычислите значение выражения:  $\lg(4a) + \lg(25b)$ , если  $\lg(ab) = -1,3$ .
5. Вычислите значение выражения:  $7^{\log_{\sqrt{7}} a}$ , если  $a^2 = \sqrt{5}$ .

### **Тема «Первообразная и неопределенный интеграл»**

1. Укажите первообразную функции  $f(x) = -3\cos x - 2$ .
2. Укажите первообразную функции  $f(x) = (3x - 4)^{11}$ .
3. Укажите первообразную  $F(x)$  функции  $f(x) = e^{3x} + 6$ , если  $F(0) = -\frac{2}{3}$ .
4. Для функции  $f(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}$  найдите первообразную  $F(x)$ , график которой проходит через точку  $M(-\frac{1}{4}; -1)$ .
5. Тело движется прямолинейно, и его скорость изменяется по закону  $V(t) = (2t - 5)$  м/с. В момент времени  $t = 5$  с тело находится на расстоянии  $S = 12$  м от начала отсчета. Укажите формулу, которой задается зависимость расстояния от времени.

## **6. СОСТАВИТЕЛЬ ПРОГРАММЫ**

**Жигачева Н.А.**, к.п.н., доцент, доцент кафедры ТиМОМ